

《线性代数》课程思政优秀案例设计书

信息与智能工程学院

方娟妮（负责人）

一、课程概括

《线性代数》广泛地用于电子、电气、通信等专业各个领域，是工科专业一门重要的基础必修课程。线性代数以讨论有限空间的线性理论为主，具有较强的抽象性与逻辑性，通过线性代数的学习，使学生获得应用科学中常用的矩阵方法、线性方程组等理论及其相关知识，并具有熟练的矩阵运算能力和用矩阵方法解决一些实际问题的能力。

本课程将融合课程思政内容，将德育内容融入课程体系，培养学生“具有良好的职业道德和社会责任感”，并达到科学思维方法的训练，培养学生探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感，使学生形成对人生价值的正确认识和积极向上的人生观、价值观，养成对国家、民族、社会和他人的责任感和奉献精神。

二、课程目标

（一）知识目标

通过本课程的学习掌握应用科学中常用的矩阵方法、线性方程组、二次型等理论，熟练进行行列式、矩阵相关计算；能够运用线性方程组解的性质及解的结构、相似矩阵及正交对角化的概念对工程问题进行建模和求解；能够利用内积、特征值和特征向量等知识对信息进行处理，分析和应用等方面的复杂工程问题。

（二）能力目标

通过本课程的学习能够掌握必要的计算技能和利用数学方法分析问题和解决问题的能力。能够具备初步的数学建模与建模能力，与专业课程相结合解决电类领域复杂工程问题的意识和能力。能够将严谨缜密的数学思维及相关数学知识应用于电类领域工程活动中。

（三）价值目标

本课程融合课程思政内容，将德育内容融入课程体系，培养学生积极向上的人生观、价值观，养成对国家、民族、社会和他人的责任感和奉献精神。课程教

学中融入多个科学家的“小故事”，激发学生们勇于攀登科学精神和家国情怀；深挖概念原理背后的哲学思想，培养辩证思维能力；以案例为导向，激发学生们的学生探索未知、追求真理的创新精神。课堂教学中采用探究式、启发式等多元教学方法，立足于学生精神成长，以理服人，“润物细无声”地进行思政教育。

三、思政元素

（1）爱国主义的教育

上课时可结合数学发展史以及中国数学家、线性代数概念故事对学生进行爱国主义教育。

（2）培养辩证唯物主义思维

深挖概念原理背后的哲学思想，通过以点带面，多个案例，润物细无声地把，对立和统一，局部与整体，透过现象看本质的辩证思维与线性代数的知识自然融合，引导学生用辩证思维看待事物，提高学生理解问题能力。

（3）引领学生树立正确的世界观、人生观、价值观

深挖蕴含思政实际应用案例融入教学，把理论教学和思政教育有机融合在一起。即提高了学生利用所学知识分析和解决问题的能力，又润物细无声地进行思政教育，起到了一举两得的效果。

（4）激发学生们的科技使命感

深挖理论知识与电子专业等应用案例，鼓励学生用相关的知识解决这些问题，培养学生的创新思维能力及解决复杂问题的综合能力，将实现理论与实践相统一，教书与育人相统一，同时也激发了学生科技使命感。

四、设计思路

线性代数这门课程内容具有高度的抽象性以及严密的逻辑性。学生在学习时，也会发现课本上都是抽象的概念，及很长篇幅的定理证明，为了提高学生们继续学习的兴趣，课程组将线性代数的内容与日常生活相联系，注重将思政元素和理念融入线性代数课程的整个教学活动，让学生更容易、更清楚地理解与掌握基本概念。学生在学习抽象的理论知识的同时，还培养了探索未知、追求真理、勇攀科学高峰的责任感和使命感，也培养了爱国情怀和民族自信。

基于三全育人的教学理念，思政教育以课堂为主线的三个环节展开，形成三

维度的教学闭环，环环实现育人理念。

1) 课前细化育人目标，挖掘相应思政素材，提高老师思想修养。课程组根据育人目标细化为社会主义核心价值观，科学精神，辩证思维三个方面的若干个小目标，根据每个小目标对应的知识点，挖掘思政素材。

2) 课中以应用案例驱动，采用灵活多变教学模式，实现学生思政和老师思政互相融合。教学过程中以应用案例，介绍数学史驱动，采用启发、探究，提问，讨论多种教学方式模式，引导学生积极思考，落实思政课程理念。学生汇报思政小论文讲解自己对科学家故事的感悟和理解。而老师在教学过程中感悟本课程的知识及考察学生讨论和汇报情况，实现自身素质的提高。

3) 课后思考拓展启发学生思政精神。

课堂外课程思政案例分析、搜集相关科学史和科学家故事，寻找与课程相关的实际问题并进行解决，将知识概念与日常生活结合，激发学生学习热情，引导学生在课后进行思政精神的实践。学生搜集到的所有资料 and 实际应用案例反哺育于课堂教学，形成教学的三维闭环。

五、实施案例

案例 1： 逆矩阵

(1) 观看解密电文的视频片段激发学生的兴趣

在战争时期，敌我双方均需要进行情报收集和传输。然而，这些情报一旦落入对方手中，甚至会危机军队的生命安全，为了确保情报安全性，加密和解密显得尤为重要。



图 1： 战争时期情报发送

思政元素：科技兴国使命感

当今信息化社会，加密和信息安全仍然是非常重要的领域。只有不断提升密码学和防护体系，才能更好的保护个人隐私和国家安全。习近平在 2014 年网络

安全会议上说过“没有网络安全就没有国家安全，没有信息化就没有现代化，建设网络强国，要有过硬的技术”。面对纷繁复杂的网络世界，作为高校的青年学子要有竞争态势，主动求变，以自我变革的使命感，探索新方法，努力提升个人的综合素质，为推动科技技术的快速发展贡献自己的力量。

思政元素：网络安全教育

同时引导学生们面对网络世界的五彩缤纷，要正确使用网络，文明上网，拒绝网络中的种种诱惑。在QQ、微信等聊天时，尽量不要暴露自己的身份证和银行卡信息。不要盲目崇拜黑客，破坏网络运行、攻击别人计算机，不要沉迷于网络和游戏，让学生有一定的网络安全意识。

(2) 通过案例理解逆矩阵

1929年，希尔通过矩阵理论对传送信息进行加密处理，提出了在密码学史上有重要地位的希尔加密算法。基本思想是，假设我们要发出“attack”这个消息，即明文。首先把每个字母 a, b, c, d, …… x, y, z 映射到数 1, 2, 3, 4, …… 24, 25, 26。就可以用下数集表示：“attack” (1, 20, 20, 1, 3, 11)，把这个

消息按3个数字为一列写成矩阵的形式： $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 20 & 3 \\ 20 & 11 \end{pmatrix}$ 。

第一步：“加密”工作。现在选一个三阶矩阵作为加密矩阵（发方和收方双方约定），如： $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 。于是可以把将要发出的消息或者矩阵经过乘以“A”变成“密码”B（即密文）后发出。

$$AM = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 20 & 3 \\ 20 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 101 & 40 \\ 61 & 26 \\ 60 & 25 \end{pmatrix} = B$$

第二步：“解密”。并利用双方约定的“密钥”，求出由希尔加密算法得到密文B对应的明文。也就是求 $AM = B$ ，里面的A。

引导学生思考：

问题1：矩阵有加、减、乘法，那么有没有除法呢？

问题2： $AM = B$ 很类似于数学里面的 $ax = b$ ，在数学里面可知 $x = \frac{b}{a} = a^{-1}b$ ，那么矩阵M可以表示成 $M = A^{-1}B$ ？

问题3： a^{-1} 只有 $a \neq 0$ 时才成立，那么矩阵 A^{-1} 什么时候存在？

问题 4: $aa^{-1} = 1$,那么矩阵 $AA^{-1}=?$

利用创设情境问题引入方式, 引导出逆矩阵的定义。

对于 n 阶方阵 A , 若有一个 n 阶方阵 B , 使得 $AB=BA=E$, 则称矩阵 A 是可逆的, 矩阵 B 为 A 的逆矩阵。只有 $|A| \neq 0$, 矩阵 A 才可逆。

思政元素: 矩阵与数的对比, 不为零的数的倒数知识类比思想, 导入矩阵的逆矩阵, 使得抽象的逆矩阵问题具体化, 激发学生用旧知探索新知的欲望, 降低学生的学习难度。由旧知引出新知, 渗透事物联系和转化的辩证思维。事物是在不断发展和变化中前行的。学生生活和学习中遇到的挑战和困难, 往往是发展的契机, 而非阻碍, 接受变化的挑战。

案例二: 利用矩阵解决线性方程组思想培养学生们的爱国主义精神

利用矩阵工具解决线性方程组是线性代数课程里非常重要的方法, 基本思想是分离系数, 顺序消元方法。17 世纪莱布尼兹在《矩阵论的研究报告》中首次提出完整的线性方程的解法法则, 但中国古代的数学刘徽著作《九章算术》的第八章方程术中就已有利用“数码方阵”解决实际问题的例子。《九章算术》第八章中以一个例子介绍“方程术”: “今有上禾三秉, 中禾二秉, 下禾一秉, 实三十九斗; 上禾二秉, 中禾三秉, 下禾一秉, 实三十四斗; 上禾一秉, 中禾二秉, 下禾三秉, 实二十六斗。问上、中、下禾实各几何? 这里的禾、秉、捆分别为庄稼、捆、粮食之意。用现代符号表示就是如下的三元一次线性方程组:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 39 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 34 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 26 \end{cases}$$

	左行	中行	右行
上禾			
中禾			
下禾			
实	=	丁	≡ ≡

图 2: 算筹方法

其中 x_1 、 x_2 、 x_3 分别表示上、中、下禾各有一秉之实。在《九章算术中》刘徽用算筹(竹签)将各个系数排列成一个长方阵, 按照“遍乘直除”算法进行计算。其中“直除法”就是两行对应数字相减, 以达到消去其中一个数字的目的。刘徽的解释是“令少行减多行, 反复相减, 则头位必先尽”。也就是今天解决方程组时候, 要把系数矩阵化简为下三角矩阵的思维。

思政元素：刘徽给出了古代解线性方程组的方法，在这之后中国一直延续使用这种方法。它是中国古代人民的智慧结晶，是中国数学的非凡成就之一，比欧洲领先至少一千，可通过弘扬中国文化，增强学生的民族自豪感和爱国情怀。



图 3：中国数学家刘徽

刘徽，中国古典数学理论的奠基人之一。世界上最早提出十进小数概念的人；提出了正负数的概念；改进了线性方程组的解法；提出了“割圆术”，即将圆周用内接或外切正多边形穷竭的一种求圆面积和圆周长的方法，求出了圆周率 $\pi = 3.14$ 。这些是中国最宝贵的数学遗产。刘徽的为数学刻苦探求的一生，虽然地位低下，但人格高尚。他不是沽名钓誉的庸人，而是学而不厌的伟人。

思政元素：古人留给我们的遗产，是深刻于我们民族基因的东西，所以我们要文化自信，使学生认识到中华民族的数学智慧和科学精神，激发学生的家国情怀，使命担当，激励学生把个人理想追求融入国家发展大局，为加快实现高水平科技自立自强贡献力量。

案例三：向量组的最大线性无关组—以部分掌控全局，以点带面辩证思维

创设情境引入：三基色问题，自然界中的绝大部分彩色，都可以由三种基色红、绿、蓝按一定比例混合得到。再比如：二维平面上坐标 $\alpha_1 = (0,1)$ 和 $\alpha_2 = (1,0)$ ，利用这两个坐标点线性组合 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2$ ，可以表示二维平面上任意一个点 (k_1, k_2) 。

红、绿、蓝可以配置任何色彩，并且这三个颜色之间没有任何关联，也就是说红、绿、蓝三色是色彩浓缩的精华。坐标 $(0,1)$ 和 $(1,0)$ 可以表示二维平面所有点，并且这两点之间也没有关联，从而 $(0,1)$ 和 $(1,0)$ 就是二维平面最本质的点。

引到学生思考归纳向量组的最大线性无关组及秩基本概念：

设向量组 A ，若能从中选取 r 个向量 $\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_r$ 。(1) $\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_r$ 线性无

关；(2) $\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_r$ 可以表示向量组 A 中所有向量。 $\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_r$ 为向量组 A 的极大线性无关组，个数 r 就是向量组的秩。也就是向量组 A 的核心内容。

思政元素：通过类比学生能够更好地掌握极大线性无关组的概念，进一步延伸，教师可引导学生平时在分析问题时会抓住问题的核心，不能仅仅停留在问题的表面现象，而是追溯问题的深层次原因和根源。

思政元素：通过极大线性无关组概念可知只需要研究向量组中的极大线性无关组，就可以了解向量组整体。这不就是以点带面的辩证思维。引导学生干部、党员应该严于律己，以身作则，为同学们做出效仿的榜样；通过榜样的影响、精神力量的渗透感染，由点到面，由弱到强，逐渐成为校园的一种内在精神。

问题式引导学生思考并归纳：极大线性无关组是否唯一？

让学生通过分析是否可以才用 $(1, 0), (0, 2)$ 来表示二维平面所有点，归纳总结极大线性无关组不唯一。

思政元素：向量组极大线性无关组虽然变了，但向量组的秩没有改变，向量组的相关性也没有发生改变。在线性代数里多次提到这种思想，比如在求解线性方程组的基础解时，基础解就是解向量空间的精华（极大线性无关组），但基础解有很多种可能性。这不就是“形变质不变”的哲学思想，一个人可能在生活中面临各种挑战 and 变化，但心中梦想不变，持之以恒，坚持不辍为实现梦想而奋斗。同时也引导学生们“不忘初心，牢记使命”宗旨。

六、 特色及创新

特色：

1) 融入数学文化，激发科学精神和爱国情怀

线性代数的抽象改改后面都蕴藏着科学家孜孜不倦的敬业精神。通过介绍科学家的生平故事来培养学生们的勇于创新和无私奉献的精神。

2) 展示哲学思想，培养辩证思维能力

深挖概念原理背后的哲学思想，通过以点带面，多个案例，润物细无声地把变与不变，局部与整体的辩证思维与概率统计的知识自然融合，引导学生用辩证思维看待事物，提高学生理解问题能力。

3) 以案例为导向，激发学生们的科技使命感

深挖理论知识与电类等应用案例，鼓励学生用相关的知识解决这些问题，培

养学生的创新思维能力及解决复杂问题的综合能力，将实现理论与实践相统一，教书与育人相统一。

七、教学效果

在《线性代数》的课堂上，课程组老师不断探索各种教学方法，充分发挥新媒体的展现与交互优势，运用新媒体推进课程思政教学，使思政教育的黏合力直达学生心灵。对于学生主动学习有明显的推动作用。

(1) 学习积极性得到了提高：思政教学设计更容易让学生们理解掌握线性代数抽象知识点；学生们学生的学习热情和综合素质得到了有效提升，课堂参与率明显提升，学习数学的积极性得到了提高。

(2) 学生创新实践能力得到提升

在教学过程中，鼓励学生亲自动手参与实践，寻找与课程相关的实际问题，设计建模转化为矩阵问题，通过计算机编程，团队合作，用所学的知识解决实际问题。加深对所学知识的认识和理解，也培养他们独立思考和解决实际问题的能力。在此之上，学生积极申报大学生创新创业项目，创新意识与实践能力等综合素质明显提升。